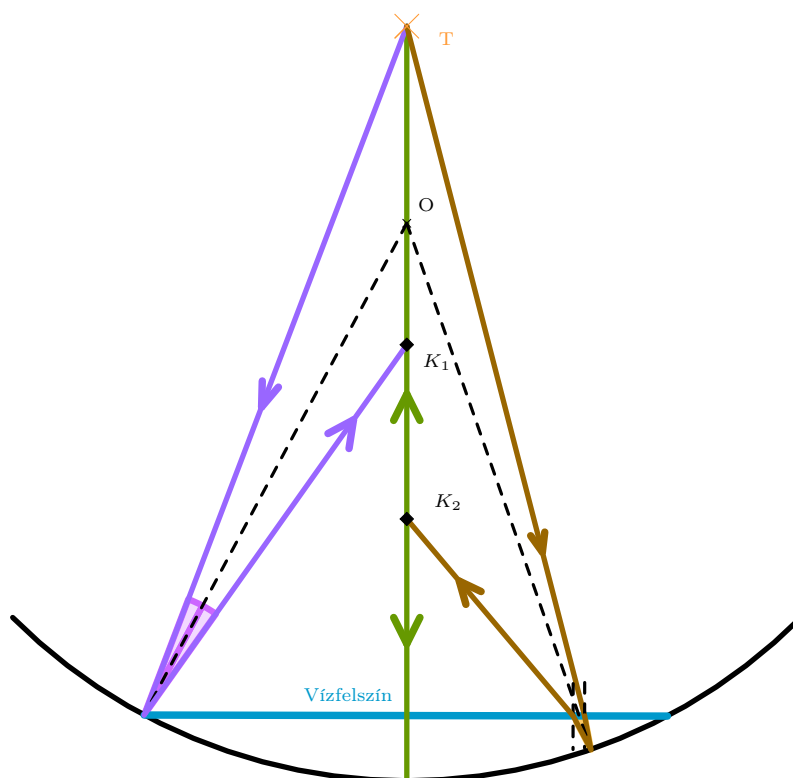


1556. feladat

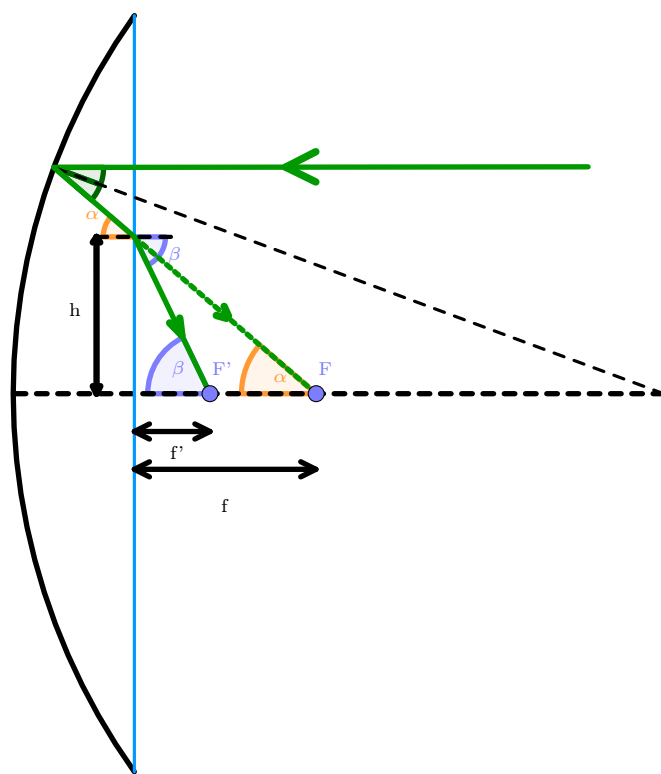
Vízszintesen elhelyezett homorú tükörbe egy kis vizet öntünk. A tükör ezáltal a felette levő izzólámpáról 54 cm és 36 cm távolságban két valódi képet ad. Határozzuk meg a tükör görbületi sugarát és az izzólámpa távolságát a tükörtől, ha a víz törésmutatója $\frac{4}{3}$!



A fent látható ábra a képalkotás menetének egy elképzelését ábrázolja. A két különböző valódi kép annak köszönhető, hogy a homorú tükörbe „Kis vizet” öntünk, tehát nem telik meg teljesen. Ezáltal mind a levegőn át terjedő, tükörről közvetlenül visszaverődő fény, illetve a tükörre vízben megtörve érkező (s utána vízből kilépve újra megtörő) fény is képet fog alkotni, különböző helyeken. Amennyiben a fényforrást pontszerűnek vesszük, a görbületi tükör tengelyével egybevágó fénysugár metszete a másik kettővel az alkotott képek helyét adják. Ezek közül míg az előbbi ismert, a másik két ábrázolt fény nem tartozik a négy nevezetes sugármenet közé, nem tudnánk velük számolni.

Ahhoz, hogy nevezetes sugármenetet tudjunk felírni, a tengelyponttól olyan kicsiny távolságra érkező fényt kell vizsgálnunk, mely közelítőleg párhuzamos a tengellyel, de mégsem egybevágó azzal. Ez ismert módon a fókuszpontban metszi a tengelyt.

Érdekesség még, hogy a homorú tükörben lévő víz gyűjtőlencseként működik, melynek egyik síkja lapos ($R_1 = \infty$), míg másik domború. Emögött a lencse mögött közvetlenül helyezkedik el a tükör. Így viszont nehéz lenne számolni.



Kis szögekre megállapítható, hogy $\sin \gamma \approx \tan \gamma$, ennek a segítségével fogunk továbbiakban számolni. (A tengelyhez közeledve a visszaverődő fény vízfelszínre állított merőlegesével bezárt szöge (α) 0-hoz tart, ezáltal β is).

A vízbe érkező fény derékszögben érkezik vízfelszínre, ezért iránya nem változik: $\frac{\sin 0^\circ}{\sin \gamma} = n \rightarrow \sin \gamma = 0$

A vízből megtörve kilépő fény:

$$\frac{h}{f'} = \tan \beta \approx \sin \beta$$

Snellius-Descartes-törvény alapján a fény sűrűbb közegből kevésbé sűrűbe érkezik, ezért beesési merőlegestől törik $\rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$:

$$\sin \beta = n \cdot \sin \alpha \approx n \cdot \tan \alpha$$

Vízből kilépő fény meghosszabbítása (még megtörés előtt):

$$\tan \alpha = \frac{h}{f}$$

Tehát:

$$\frac{h}{f'} \cong n \cdot \frac{h}{f}$$

$$f' = \frac{f}{n}$$

Leképezési törvény:

1. Vízen kívül alkotott kép esetén:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k_1} = \frac{1}{f}$$

2. Vízben megtört fény esetén:

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{f'}$$

Mivel görbületi tükörrel számolunk, a fókusz távolság megközelíthető a következő módon: $f = \frac{r}{2}$

Ezek alapján, behelyettesítést követően a következő egyenletrendszert kell megoldani:

$$\begin{cases} \frac{1}{t} + \frac{1}{54} = \frac{2}{r} \\ \frac{1}{t} + \frac{1}{36} = \frac{8}{3r} \end{cases}$$
$$\frac{1}{t} - \frac{1}{t} + \frac{1}{36} - \frac{1}{54} = \frac{8}{3r} - \frac{2}{r}$$
$$\frac{1}{108} = \frac{2}{3r}$$
$$\underline{\underline{r = 72 \text{ cm}}}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{54} = \frac{2}{72}$$
$$\underline{\underline{t = 108 \text{ cm}}}$$

Tehát a tükör görbületi sugara 72 cm, az izzólámpa pedig 108 cm távolságban található a homorú tükörhöz képest.

(Készítette: Marco)