

574.

Egy gömb alakú bolygó 6 óra alatt fordul meg tengelye körül, illetve az egyenlítőnél egy test súlya 10%-kal kevesebb, mint a pólusánál. Mennyi a bolygó sűrűsége, ha az mindenhol állandó?

Megoldás

A periódusidő $T = 6 \text{ h} = 21600 \text{ s}$.

Az egyenlítőnél a testre hat a gravitációs erő, illetve ellentétes irányban a bolygó forgásából származó erő, a centrifugális erő.

$$\sum \vec{F}_{Egy} = m \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2} - m \cdot r \cdot \omega^2$$

A pólusnál a test a tengelytől 0 m távolságra van, tehát a centripetális erő itt 0 N. A távolság a tömegközépponttól itt is r , tehát a gravitációs erő ugyanannyi, mint az egyenlítőnél. A forgási tengelytől való távolság miatt van eltérés a két helyen mért súlyok között.

$$\sum \vec{F}_{Po} = m \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2}$$

Mivel az egyenlítőnél a súlyerő 10%-kal kevesebb, mint a pólusnál:

$$m \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2} - m \cdot r \cdot \omega^2 = 0,9 \cdot m \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2}$$

$$\omega^2 \cdot r = 0,1 \cdot \frac{\gamma \cdot M}{r^2}$$

Felhasználjuk, hogy $\omega = \frac{2\pi}{T}$, illetve $\rho = \frac{m}{V}$, a gömb térfogata pedig $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$.

$$\frac{4\pi^2}{21600^2} \cdot r = \frac{0,1 \cdot \gamma \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho}{3 \cdot r^2}$$

$$\frac{\pi}{21600^2} = \frac{0,1 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{3} \cdot \rho$$

$$\rho = \frac{3\pi}{21600^2 \cdot 0,1 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}$$

$$\rho = 3028,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tehát a bolygó átlagos sűrűsége $3028,6 \text{ kg/m}^3$.

Készítette: Bálint Áron