

569. feladat

Mennyi keringési ideje a Föld felszíne felett 200 km magasságban keringő űrhajónak?

Adatok:

$$r_F = 6370 \text{ km}$$

$$h = 200 \text{ km}$$

$$\rightarrow R = r_F + h = 6370 + 200 = 6570 \text{ km} = 6,57 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$T = ?$$

A körmozgás dinamikai feltétele: A műholdat a gravitációs vonzóerő tartja a körpályán, azaz ez biztosítja a szükséges centripetális erőt.

$$F_g = F_c \Rightarrow \frac{\gamma M m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

Rendezés után:

$$v^2 = \frac{\gamma M}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

A körmozgás során az űrhajó a körpálya teljes hosszát teszi meg egy keringés alatt, ez a pálya hossza: $s = 2\pi R$ A teljes pálya megtételéhez szükséges időt T -vel jelöljük, ez a keringési, másnéven periódusidő. Mivel a mozgás egyenletes, a sebesség az út és az idő hányadosaként adható meg:

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2\pi R}{T}. \text{ Ebből kifejezve a keringési időt:}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Behelyettesítve v értékét:

$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{\gamma M}{R}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$$

Most más kiszámíthatjuk a keringési időt:

$$T = 6,28 \sqrt{\frac{(6,57 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}} = 6,28 \sqrt{\frac{2,836 \cdot 10^{20}}{4,0 \cdot 10^{14}}} = 6,28 \sqrt{7 \cdot 10^5} =$$

$$= 5,2 \cdot 10^3 \text{ s} = 5,2 \cdot 10^3 \text{ s} = 88,13 \text{ perc}$$

Válasz: 88 perc a keringési ideje.

Ez a műhold nem geostacionárius pályán mozog, mivel 200 km-re a Föld felszínétől helyezkedik el, és számításunkból látszik, hogy a keringési ideje nem 24 óra, hanem 88 perc. Ez azt jelenti, hogy nem marad egyazon felszíni pont felett, hanem folyamatosan mozog a Földhöz képest.

Készítette: B. Réka