

131.

Feladat: Határozzuk meg a 100 méter magas torony tetejéről elhajított kő elmozdulását 0...1, 0...2, 0...3 s időközökben, ha a kezdősebessége a vízszintessel 30° -os szöget zár be, és $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nagyságú.

Adatok:

$$h=100 \text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$s = v_{0x} \cdot t$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin 30^\circ = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30^\circ = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos 30^\circ = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 30^\circ = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vízszintes irányú elmozdulás:

$$\Rightarrow 1. \text{ másodperc: } s = v_{0x} \cdot t = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = 17,32 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 2. \text{ másodperc: } s = v_{0x} \cdot t = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 34,64 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 3. \text{ másodperc: } s = v_{0x} \cdot t = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} = 51,96 \text{ m}$$

Függőleges irányú elmozdulás:

$$\Rightarrow 1. \text{ másodperc: } h = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s}^2 = 5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 2. \text{ másodperc: } h = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s}^2 = 0 \text{ m}$$

$$\Rightarrow 3. \text{ másodperc: } h = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9 \text{ s}^2 = -15 \text{ m}$$

A vízszintes és a függőleges elmozdulás vektora: (Pitagorasz-tétellel lehet kiszámítani)

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\Rightarrow 1. \text{ másodperc: } 17,32^2 + 5^2 = c^2 = 324,9824 \Rightarrow c = 18,027 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow 2. \text{ másodperc: } 34,64^2 + 0^2 = c^2 = 1199,9296 \Rightarrow c = 34,64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow 3. \text{ másodperc: } 51,96^2 + (-15)^2 = c^2 = 2924,8416 \Rightarrow c = 54,08 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Mikor és hol ér földet a kő?

Mivel a követ eleve 100 méter magasról dobjuk el, s az 1. másodpercben 105 méter magasan lesz, majd a 2. másodpercben újra 100 méter magasan ebből tudhatjuk, hogy az 1. másodpercben, 105 méter magasan érte el a kő a pályája tetőpontját:

$$\begin{aligned}h &= \frac{g}{2} \cdot t^2 \\ \Rightarrow 105 \text{ m} &= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} / : 5 \\ 21 \text{ s}^2 &= t^2 \\ t &= \sqrt{21} = 4,58 \text{ s}\end{aligned}$$

Viszont a tetőpont előtt már repült pontosan 1 másodpercet, ezért:

$$t = 4,58 \text{ s} + 1 \text{ s} = 5,58 \text{ s}$$

Így pedig már ki tudjuk számolni, hogy hol ér földet a kő, mivel a vízszintes irányú sebesség a hajítás során nem változik:

$$s = v_{0x} \cdot t = 17,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5,58 \text{ s} = 96,65 \text{ m}$$

A kő 96,65 méter messze esik le.

(Béres Kata)