

129.

Milyen magasra lehet lőni azzal a puskával, amely vízszintes terepen legfeljebb 1000-re „hord”?

Megoldás.

Milyen szög esetén megy a legmesszebb a puskagolyó? A legoptimálisabb szög a távolság (x) maximumához:

$$x_{max} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$t_{fel} = t_{le} = \frac{1}{2}t$$

Ahhoz, hogy meghatározhassuk, hogy mennyi ideig mozog a puskagolyó (t), megnézhetjük, hogy mikor lesz a golyó sebessége 0. Ekkor van legmagasabban a kilőtt test. Ezt azért tehetjük meg, mivel ha a golyó sebessége 0, akkor az azt jelenti, hogy a következő időpillanatban már negatív lesz a sebessége, tehát lefelé fog mozogni.

$$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$$

$$0 = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t_{fel}$$

$$t_{fel} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$x_{max} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 2t_{fel} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot 2 \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

Ahhoz, hogy ennek a kifejezés az értéke a legnagyobb legyen: $\sin(2\alpha) = 1 \implies 2\alpha = 90^\circ \implies \alpha = 45^\circ$.

Tehát így már ki tudjuk számolni a puska torkolati sebességét:

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

$$x_{max} \cdot g = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)$$

$$\frac{x_{max} \cdot g}{\sin(2\alpha)} = v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{x_{max} \cdot g}{\sin(2\alpha)}} = \sqrt{\frac{1000 \cdot 10}{\sin(2 \cdot 45)}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A puska torkolati sebessége tehát: $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$v = v_0 - gt$$

$$0 = v_0 - gt$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{100}{10} = 10 \text{ s}$$

$$y = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 = 100 \cdot 10 - 5 \cdot 100 = \underline{\underline{500 \text{ m}}}$$

Tehát ezzel a puskával 500 m magasra lehet fellőni

Készítette: Reményi Hunor