

- c) Bizonyítsuk be, hogy az inverzió pólusán át nem haladó egyenes inverze a póluson áthaladó kör. Szerkesszük meg a kört.
- d) Bizonyítsuk be, hogy az inverzió pólusán át nem haladó kör inverze egy a póluson át nem haladó kör. Szerkesszük meg ezt a kört.
- e) Az $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipszist, illetve hiperbolát tükrözzük az $x^2 + y^2 = a^2$ körre. Bizonyítsuk be, hogy az inverzió az ellipszist a $b^2(x^2 + y^2)^2 - a^2(b^2x^2 + a^2y^2) = 0$, a hiperbolát a $b^2(x^2 + y^2)^2 - a^2(b^2x^2 - a^2y^2) = 0$ egyenlettel megadott görbébe viszi át.

MÉRTANI HELYEK*

1277. Egy pont úgy mozog a síkon, hogy a síkban fekvő $P_1(3; 2)$ és a $P_2(-1; 5)$ pontoktól egyenlő távolságra van. Határozzuk meg a mozgó pont pályájának az egyenletét.
1278. Egyenlő szárú háromszög alapjának a végpontjai $(7; 3)$ és $(-7; 1)$. Mi a harmadik csúcs mértani helye a koordináta-rendszer síkjában?
1279. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek áthaladnak az $(1; 5)$ és a $(-3; -1)$ pontokon?
1280. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek egyenlő távolságra vannak az $y = \frac{1}{2}x + 3$ és az $y = 2x - 5$ egyenesektől?
1281. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek érintik az x tengelyt és a $12x - 5y = 0$ egyenest?
1282. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek érintik a $4x + y + 3 = 0$ és a $4x + y - 7 = 0$ egyeneseket?
1283. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, a koordináta-rendszer síkjában, amelyeknek a sugara 3 egység, és érintik a $2x - 5y = 2$ egyenest?
1284. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek $(4; 0)$ ponttól mért távolságának a négyzete 20-szal kisebb, mint a $(0; 2)$ ponttól mért távolságának a négyzete?
1285. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek az $x + y = 3$ egyenestől 4-szer akkora távolságra vannak, mint a $7x - y + 1 = 0$ egyenestől?
1286. Egy háromszög két csúcsa $(-6; 0)$ és $(6; 0)$, a harmadik csúcsa pedig az $y = -3x + 5$ egyenesen mozog. Mi a súlypontjának a mértani helye?
1287. Egy háromszög két csúcsa $(-4; -6)$ és $(6; 2)$, a harmadik csúcsa pedig az $y = 3x + 5$ egyenesen mozog. Mi a súlypontjának a mértani helye?
1288. Egy háromszög két csúcsa $(1; 0)$ és $(5; 0)$. Harmadik csúcsa a koordinátatengelyek által bezárt szög szögfelezőjén mozog. Mi a súlypontjának a mértani helye?
1289. Egyenlő szárú háromszög egyik szárának végpontjai $A(4; 2)$ és $B(1; 8)$. Mi a harmadik csúcs mértani helye?
1290. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyeknek az $(1; 0)$ ponttól mért távolságuk négyzetének a számértéke egyenlő az $x = 1$ egyenestől mért távolságukkal?

* Ebben a fejezetben kitűzött feladatok megoldása előtt célszerű tanulmányozni a 956., 1277., és az 1321. feladatok megoldását.

1291. Adott két pont: $O(0; 0)$ és $Q(a; 0)$. Mi azoknak az M pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyekre

$$OM = k \cdot QM (k > 0)?$$

Legyen $Q(8; 0)$. Írjuk fel a $k = 3; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$ értékeknek megfelelő mértani helyek egyenletét. Szerkesszük meg a mértani helyeket ugyanabban a koordináta-rendszerben. Milyen változást tapasztalunk a mértani helyek vonalában, ha a k 1-től kezdve növekszik, illetve, ha 1-től kezdve közeledik a nullához?

1292. Mi a mértani helye azoknak a pontoknak a koordináta-rendszer síkjában, amelyek olyan távolságra vannak a $(-4; 0)$ és a $(8; 0)$ pontoktól, hogy a távolságuk négyzetösszege 80 (terület) egység? Oldjuk meg a feladatot általánosan is. Legyen az $A(-a; 0)$, a $B(a; 0)$ és

$$MA^2 + BM^2 = c^2.$$

Mi a megoldhatóság feltétele? Szerkesszük meg a mértani helyet, ha a $c^2 = 6a^2; 4a^2; 2a^2; a^2$.

1293. Az origón áthaladó egyenes kétszer olyan gyorsan forog ugyanabban az irányban, mint a $(-4; 0)$ ponton áthaladó egyenes. Induláskor mindkettő az x tengellyel azonos. Milyen vonalat ír le a metszéspontjuk?

1294. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, melyekből az $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 9$ körhöz 4 hosszúságegységnyi érintő húzható?

1295. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, melyekből az $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$ és az $x^2 + y^2 - 10y = 0$ körhöz húzható érintőszakaszok aránya 1:1; 2:1; 3:2?

1296. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből az $x^2 + y^2 = 16$ és az $(x-8)^2 + y^2 = 4$ körök azonos szögben látszanak?

1297. Az $y = \lambda(x-4)$ egyenesre az origóból merőleges egyenest húzunk. Határozzuk meg e két egyenes M metszéspontjának a mértani helyét, ha a λ felvesz minden valós értéket.

1298. Mi a $(3; 4)$ ponton áthaladó és az x tengelyt érintő körök középpontjainak a mértani helye?

1299. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek érintik az $x = 10$ egyenest, és áthaladnak a $(2; 1)$ ponton?

1300. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek érintik az y tengelyt és a $(2; 0)$ középpontú egységsugarú kört?

1301. Határozzuk meg az $y^2 = 2px$ parabolára illeszkedő pontok ordinátái felezőpontjainak a mértani helyét.

1302. Vizsgáljuk meg az $y = 3x^2 - 4$ parabola mindazon húrjait, melyeknek irányhatározója adott m szám. Mi lesz ezen hurok felezőpontjainak a mértani helye?

1303. Az $y^2 = x$ parabola változó M pontjából húzott érintő az y tengelyt egy A pontban metszi. Határozzuk meg az AM szakasz felezőpontjának a mértani helyét.

1304. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek érintik az $(x+1)^2 + y^2 = 9$ kört, és áthaladnak az $(1; 0)$ ponton?

1305. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, melyek az $(1; 0)$ ponttól feleakkora távolságra vannak, mint az $x = 4$ egyenestől?

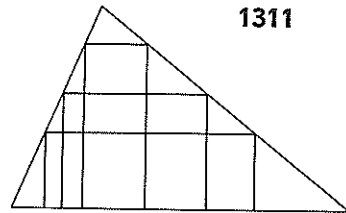
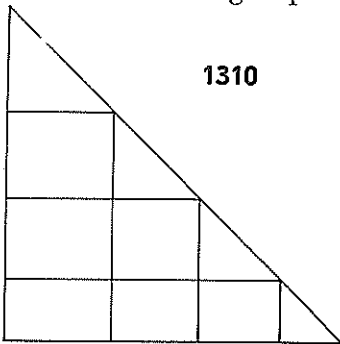
h 1306. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek a $(3; 2)$ ponttól kétszer akkora távolságra vannak, mint az y tengelytől?

h 1307. Forgassuk a $(-1; 0)$ ponton áthaladó egyenest és a reá merőleges, az $(1; 0)$ ponton áthaladó egyenest egyenlő szögsebességgel egymással ellentétes irányban. Milyen görbét ír le a két egyenes metszéspontja? A $(-1; 0)$ ponton áthaladó egyenes kezdőhelyezete legyen az x tengely. Oldjuk meg a feladatot általánosan is.

h 1308. Adott az $x - y + 1 = 0$ és az $x + y + 1 = 0$ egyenes, továbbá a $P(1; 0)$ pont. E ponton áthaladó egyenes a két adott egyenest az M_1 és M_2 pontokban metszi. Állapítsuk meg az M_1M_2 szakasz felezéspontjának a mértani helyét.

1309. Adott egy sík és a síkban két metsző egyenes, e_1 és e_2 . Jelöljük a sík tetszőleges pontjának az e_1 egyenestől mért távolságát d_1 -gyel, az e_2 egyenestől mért távolságát d_2 -vel. Legyen a k adott pozitív szám. Hol helyezkednek el a síkban azok a pontok, amelyek kielégítik a $\frac{d_1}{d_2} = k$ feltételt? Határozzuk meg a mértani helyet akkor is, ha az $e_1 \parallel e_2$.

h 1310. Adott derékszögű háromszögbe az 1310. ábrán látható módon téglalapokat írunk. Mi a téglalapok középpontjainak a mértani helye?



e 1311. Adott háromszögbe az 1311. ábrán látható módon téglalapokat írunk. Határozzuk meg a téglalapok középpontjainak a mértani helyét.

e 1312. Adott síkban rajzoljunk a rögzített AB szakaszra mint alapra egy ABC egyenlő szárú háromszöget ($AC = BC$). Hosszabbítsuk meg a szárakat a C ponton túl, és mérjük rá az AC félegyenesre a C pontból az $AC = CA_1$, a BC félegyenesre a C pontból a $BC = CB_1$ szakaszt. Határozzuk meg az A_1 , illetve a B_1 pont mértani helyét, ha a C pont az AB szakasz felező merőlegesén végigfut.

v 1313. Adott a síkban két pont: $O_1(5; 0)$ és $O_2(1; 7)$. Rajzoljunk az O_1 és az O_2 pontok körül egységsugarú köröket. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek a két kört kívülről érintik?

h 1314. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a koordináta-rendszer síkjában, amelyek a $(0; 9)$ ponttól háromszor akkora távolságra vannak, mint az $y = 1$ egyenestől?

e 1315. Rajzoljuk meg az $y = \frac{1}{x}$ hiperbola húrjait, amelyek párhuzamosak az $y = -2x$ egyenessel. Mi a húrok felezéspontjainak a mértani helye?

1316. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye egy adott derékszög síkjában, amelyeknek a derékszög két szárától mért távolságainak összege adott állandó.
1317. Adott háromszög egyik csúcsát összekötjük a szemközti oldal pontjaival. Mi a kapott szakaszok felezőpontjainak a mértani helye?
1318. Két egymásra merőleges egyenesen egy-egy pont mozog egyenletesen, azonos sebességgel. A 0 időpontban elfoglalt helyzetük ismeretében határozzuk meg a két pontot összekötő szakasz felezőpontjának a mértani helyét.
1319. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a síkban, amelyeknek egy adott szakasz végpontjaitól mért távolságai négyzetének a különbsége egyenlő egy adott k^2 állandóval?
1320. A, B, C egy háromszög csúcsai. Mi azoknak az M pontoknak a mértani helye az ABC háromszög síkjában, amelyekre nézve

$$MB^2 + MC^2 = 2MA^2?$$

1321. Két egymásra merőleges a és b egyenes síkjában egy rögzített P pont körül a DPD' derékszög forog. PD szár az a egyenest az A pontban, PD' szár a b egyenest a B pontban metszi. Határozzuk meg az AB szakasz felezőpontjának a mértani helyét. Határozzuk meg a P pont AB -re eső merőleges vetületének a koordinátáit. Mi ezen vetületi pont mértani helye?
1322. A síkban jelöljünk ki két pontot, A -t és B -t, továbbá egy az AB egyenesre merőleges e egyenest. Az e egyenes P pontját összekötjük az A és B pontokkal. PA egyenesre az A -ban, BP egyenesre a B -ben merőlegest állítunk. Határozzuk meg a merőlegesek M metszéspontjának a mértani helyét, ha P végigfut az e egyenesen.
1323. Adva van két pont, A és B . Egy CD szakasz mozog ezekkel egy síkban egy AB egyenessel párhuzamos irányban úgy, hogy közben sem az iránya, sem a nagysága nem változik. Mi lesz az AC és BD egyenesek P metszéspontjának a mértani helye?
1324. Adott egy e egyenes és rajta két pont A és B , továbbá egy e -vel párhuzamos CD szakasz. Mérjük fel e -re A -ból, illetőleg B -ből egyező irányban az AP és a $BQ = 2 \cdot AP$ szakaszokat. Határozzuk meg a PC és QD egyenesek M metszéspontjának a mértani helyét, ha P végigfut az e egyenesen.
1325. Az OAB derékszögű háromszög befogói: $OA = a$, $OB = b$. Az A és B pontoknak az O ponton áthaladó e egyenesre eső merőleges vetületei legyenek A_1 és B_1 . Az A_1 és B_1 pontokon át a háromszög befogóival párhuzamosan húzott egyenesek az A_1MB_1N téglalapot határozzák meg. Állapítsuk meg az M és N pontoknak a mértani helyét, ha e az O pont körül forog.
1326. Adott az e egyenes és a rögzített A pont, amely nem illeszkedik az e egyenesre. Mi az M pont mértani helye az A és az e által meghatározott síkban, amelyre nézve

$$\frac{MA^2}{MB} = l,$$

ahol B az M pont merőleges vetülete az egyenesen és az l adott pozitív szám?

1327. Adott egy sík és ebből a síkban két rögzített pont: A és B . P pont úgy mozog a síkban, hogy $AP^2 + k \cdot BP^2 = l^2$, ahol k és l pozitív állandók. Határozzuk meg a P pont mértani helyét. Mi a megoldhatóság feltétele?
1328. Két rúd egy-egy rögzített pont körül forog úgy, hogy a rudak állandóan merőlegesek egymásra. Mi a rudak közös pontjának a mértani helye, ha a két rögzített pont távolsága $2a$?
1329. Adott $AB = 2a$ hosszúságú szakasz úgy mozog a koordináta-rendszerben, hogy az A végpontja mindig az x tengelyre, a B végpontja mindig az y tengelyre illeszkedik. Határozzuk meg a szakasz felezéspontjának a mértani helyét.
1330. Egy háromszög alapja egy adott kör rögzített sugara. Harmadik csúcsa a kör területén mozog. Mi a súlypont mértani helye?
1331. Adott egy kör és benne a középponttól d távolságra egy rögzített húr. Rajzoljunk a húr fölé olyan háromszögeket, melyek csúcsai a körre illeszkednek. Mi a háromszögek súlypontjainak a mértani helye?
1332. Adott körön belül adott egy P pont. A P pont körül egy derékszöveget forgatunk, amelynek szárai a kört A és B pontokban metszik. Határozzuk meg AB húrok felezőpontjainak a mértani helyét.
1333. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből az $x^2 + y^2 = r^2$ körhöz d hosszúságú érintőszakaszokat húzhatunk?
1334. Adott egy kör és a síkjában egy P pont. P pontot kössük össze a kör pontjaival. A kapott szakaszokat osszuk fel $1:1$; $1:2$; $2:3$; $m:n$ arányban. Mi az osztópontok mértani helye?
1335. Mi a mértani helye azoknak a pontoknak, amelyekből adott körhöz egy-másra merőleges érintőket húzhatunk?
1336. Adott körhöz érintőket húzunk, melyek 2α szöveget alkotnak egymással. Határozzuk meg a szög csúcsainak a mértani helyét.
1337. Adott egy sík, a síkban egy AB szakasz és a szakaszon egy rögzített O pont. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a síkban, amelyekből az AO és OB szakaszok egyenlő szög alatt látszanak?
1338. Az O pont körül rajzolt koncentrikus körökhöz adott A pontból érintőket rajzolunk. Határozzuk meg az érintési pontok mértani helyét.
1339. Az $A(a; 0)$ és a $B(-a; 0)$ pont körül két rúd forog úgy, hogy az y tengelyből az általuk lemetszett szakaszok szorzata állandó, mégpedig $b_1 \cdot b_2 = a^2$. Mi a rudak közös pontjának a mértani helye?
1340. Jelöljük O -val a koordináta-rendszer kezdőpontját. A rögzített P pont koordinátái $(a; b)$. P' pont az OP félegyenesre illeszkedik úgy, hogy $OP' \cdot OP = k^2$, ahol k^2 adott szám. 1. Határozzuk meg a P' koordinátáit. 2. Mi a P' mértani helye, ha a P egy az x tengelyre merőleges egyenesen mozog? 3. Mi a P' mértani helye, ha a P olyan körön mozog, amelynek a középpontja az x tengelyre illeszkedik?
1341. Legyen a koordináta-rendszer kezdőpontjának merőleges vetülete az

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

egyenesen P . Mi a P pontok mértani helye, ha az egyenes úgy mozog, hogy az $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ állandó marad?

1342. Az $y - y_1 = m(x - x_1)$ egyenes irányhatározója melyik másodfokú egyenletnek a gyöke, ha az egyenes az $x^2 + y^2 = R^2$ kört érinti. — Az egyenlet gyökei legyenek m_1 és m_2 . Mi az $M(x_1; y_1)$ pont mértani helye, feltéve, hogy $m_1 \cdot m_2 = -1$? k
1343. Kössük össze a parabola tengelypontját, O -t, a parabola tetszőleges P pontjával. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, melyek az OP szakaszt 1:1, 1:2, 2:3, $m:n$ arányban osztják, ha a P változik? p
1344. Kössük össze a parabola fókuszát, F -et, a parabola tetszőleges P pontjával. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyek az FP szakaszt 1:1, 1:2, $m:n$ arányban osztják? p
1345. Határozzuk meg a parabola fókuszán áthaladó húrok felezőpontjainak a mértani helyét. p
1346. Húzzunk a parabolában párhuzamos húrokat. Mi a húrok felezőpontjainak a mértani helye? e
1347. A parabola tetszőleges P pontját kössük össze a fókusszal, majd a két pont közé eső szakaszt mérjük rá az előbbi egyenes meghosszabbítására a parabola ponton túl. Mi lesz az így nyert végpont mértani helye, ha a P változik? p
1348. Az $y^2 = 2px$ parabola vezéregyenesének és tengelyének metszéspontjából húzzunk a parabolához szelőket. Határozzuk meg az így keletkező parabola húrok felezőpontjainak a mértani helyét. p
1349. Keressük meg azon körök középpontjainak a mértani helyét, amelyek érintenek egy adott félkört és annak átmérőjét. p
1350. Az M pont az OY félegyenesen mozog egyenletesen változó mozgással. Sebessége induláskor az O pontban zérus. Az OY félegyenes ugyanakkor önmagával párhuzamosan mozog úgy, hogy az O pont az OY -ra merőleges OX félegyeneset írja le egyenletes mozgással. Határozzuk meg az M pont pályáját.
1351. A parabola fókuszából merőlegeseket húzunk az érintőkre. Mi a merőlegesek talppontjának a mértani helye?
1352. A parabola fókuszából merőlegeseket húzunk a parabola normálisaira. Mi a merőlegesek talppontjának a mértani helye? (A parabola normálisán azt az egyenest értjük, amely az érintőt az érintési pontban derékszögben metszi és a parabola síkjában van.)
1353. Felezzük meg a parabola normálisának az érintési pont és az x tengely közé eső darabját. Mi a felezőpontok mértani helye?
1354. A parabola M pontjában a parabolához érintőt húzunk, és erre a parabola tengelypontján áthaladó merőleges e egyenest állítunk. Ezen e egyenes az MF egyenest (F a fókusz) a P pontban metszi. Mi a P pont mértani helye, ha az M pont végigfut a parabolán? k
1355. Egy derékszög úgy csúszik a parabola síkjában, hogy a szárai érintik az $y^2 = 2px$ parabolát. Határozzuk meg a derékszög csúcsának a mértani helyét.
1356. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből az $y^2 = 2px$ parabolához húzott érintők iránytényezőinek szorzata $-\frac{1}{2}$? p
1357. Felezzük meg az $y = \frac{1}{2p}x^2$ parabola érintőinek a koordinátatengelyek közé eső szakaszát. Mi a felezőpontok mértani helye?

1358. Adott az $x^2 + y^2 = r^2$ kör. A kör tetszőleges, de a $(0; r)$ és $(0; -r)$ pontoktól különböző pontját jelöljük P -vel. P -nek az x tengelyre eső merőleges vetülete legyen Q . A $(0; 0)$ és a P ponton áthaladó egyenes a $(0; -r)$ és a Q ponton áthaladó egyenest S pontban metszi. Határozzuk meg az S pont mértani helyét, ha a P pont végigfut az adott körön.

2 p 1359. Mi az adott síkban fekvő közös alapú és egyenlő területű háromszögek magasságpontjainak a mértani helye?

1360. Legyen O egy adott parabola tengelypontja és M a parabola változó pontja. Az OM egyenesre az O pontban merőlegest rajzolunk, az M ponton át pedig a parabola tengelyével párhuzamosot húzunk. Határozzuk meg e két egyenes metszéspontjának a mértani helyét.

1361. Adott az e egyenes és rajta kívül a P pont. Mi azon parabolák fókuszainak a mértani helye, amelyek áthaladnak a P ponton, és közös tengelyponti érintőjük az e egyenes?

1362. Az $y^2 - 2px$ parabolát az $y - ax$ egyenes az origóban és még egy M pontban metszik. Határozzuk meg M pont koordinátáit. Az M ponton át az x tengellyel párhuzamosan húzott egyenes az y tengelyt A pontban metszi. A pontból az OM -re húzott merőleges talppontja legyen H . Bizonyítsuk be, hogy ez a merőleges a bármely értéke mellett egy rögzített ponton megy át. Határozzuk meg a H pont mértani helyét, ha az a változik.

- 1363. Határozzuk meg a parabola három érintője alkotta háromszög magasságpontjának a mértani helyét.

1364. Az ABC háromszög BC alapja rögzített, az A csúcs egy, a BC alappal párhuzamos egyenesen mozog. Mi a háromszöghöz tartozó Feuerbach-kör középpontjának a mértani helye?

1365. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, melyek érintik az $(x-u)^2 + y^2 = u^2$ és az $(x+u)^2 + y^2 = 16u^2$ köröket?

1366. Egy háromszög alapja egy ellipszis nagytengelye, a háromszög csúcsa pedig az ellipszisen mozog. Határozzuk meg a háromszög súlypontjának a mértani helyét. Oldjuk meg a feladatot akkor is, ha a háromszög alapja az ellipszis fél nagytengelye.

1367. Az ellipszisbe derékszögű háromszöget illesztünk. Átfogójának egyik végpontja az origó, másik végpontja az ellipszisre illeszkedő P pont. Egyik befogója az x tengelyen van. Határozzuk meg a háromszög súlypontjának a mértani helyét, ha a P az ellipszisen mozog.

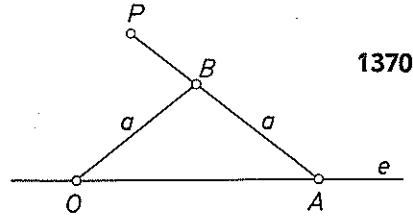
1368. Kössük össze a) az ellipszis középpontját az ellipszis tetszőleges P pontjával; b) az ellipszis tetszőleges de rögzített pontját P -vel. Határozzuk meg a kapott szakasz felezőpontjának a mértani helyét, ha a P végigfut az ellipszisen.

1369. Adott két egymásra merőleges egyenes, a és b . Az a egyenesen az M pont, a b egyenesen az N pont úgy mozog, hogy a távolságuk nem változik. Határozzuk meg az MN szakasz rögzített P pontjának a mértani helyét.

1370. A gőzgép felrajzolt indikátor-írószerkezetének O pontja rögzített, az A pontja egy egyenesen mozog (1370. ábra). Milyen görbét ír le a P pont, amely az AB meghosszabbításán van, B -től b távolságban? ($OB = AB = a$.)

1371. Rögzítsük az ω szög O csúcsát és a szögfelezőjét. A szög egyik szárára mérjük fel az $OA = a$, a másik szárára az $OB = b$ szakaszt. Határozzuk

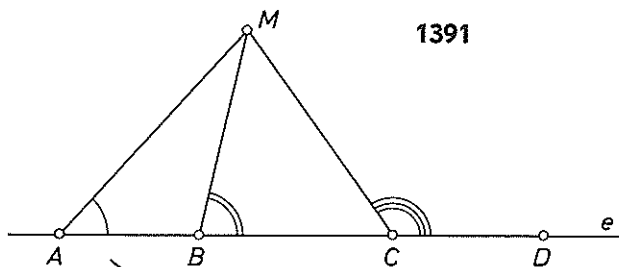
meg az AB szakasz felezéspontjának a mértani helyét, ha az ω szög nagysága változik. Mi a mértani hely akkor, ha az $a = b$?



1370

1372. Az ellipszis egyik fókuszából az ellipszis érintőire merőlegeseket húzunk. Mi a merőlegesek talppontjainak a mértani helye?
- + 1373. Az ellipszis átmérőit fölé egyenlő oldalú háromszögeket szerkesztünk. Mi ezen háromszögek csúcsainak a mértani helye?
1374. Határozzuk meg az ellipszis párhuzamos húrjai felezéspontjainak a mértani helyét.
1375. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből az $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipszis derékszög alatt látszik?
1376. Egy pontból egyenlő c kezdősebességgel ugyanabban a függőleges síkban, de különböző α szögek alatt testeket hajítunk el. Határozzuk meg a parabolapályák tengelypontjainak a mértani helyét, ha α 0° -tól 90° -ig változik.
1377. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, melyek érintik az $x^2 + y^2 + 2cx = 0$ kört, és áthaladnak a $(c; 0)$ ponton?
1378. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, melyek kívülről érintik az $(x - 2c)^2 + y^2 = c^2$ és az $(x + 2c)^2 + y^2 = 4c^2$ köröket?
1379. Keressük azon szakaszok középpontjainak a mértani helyét, amelyek a hiperbola pontjait kötik össze
- a hiperbola bal oldali fókuszával;
 - a hiperbola jobb oldali tengelypontjával;
 - a hiperbola középpontjával.
1380. Tekintsük adott síkban az összes olyan derékszögű háromszöget, amelyeknek a derékszöge közös, és a területük egyenlő. Mi az átfogók felezéspontjának a mértani helye?
- + 1381. Adott az AB távolság. Felezéspontja O . Határozzuk meg azoknak a pontoknak a mértani helyét a síkban, amelyeknek az O -tól mért távolsága egyenlő az A -tól és B -től mért távolságuk mértani közepével.
1382. Az $x^2 + y^2 = r^2$ egyenlettel megadott kört az $x = a$ egyenes, ahol $0 < |a| < r$, az A és B pontokban metszi. Az $A, B, (-r; 0)$ és az $(r; 0)$ pontok egy konvex négyszöget határoznak meg. Mi a négyszög szemközti oldal-egyenesei metszéspontjainak a mértani helye, ha az adott egyenest az y tengelyre merőleges irányban mozgatjuk?
1383. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek az x tengelyből a , az y tengelyből b hosszúságú szakaszokat metszenek ki?
1384. Állapítsuk meg azoknak a pontoknak a mértani helyét, amelyekből az $y^2 = 2px$ parabola 45° -os szögben látszik.
1385. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyekből az $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbola derékszögben látszik?
1386. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a síkban, amelyeknek a $P(a; 0)$ ponttól és az $x = -a$ egyenestől mért távolságuk hányadosa adott pozitív c szám?

1387. Az $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipszis változó M pontjában húzott érintők a koordinátatengelyeket K és L pontokban metszik. Ezekben a pontokban az ellipszis síkjában a tengelyekre merőlegeseket állítunk, melyek P pontban metszik egymást. Határozzuk meg a P mértani helyét.
1388. Adott két metsző egyenes: e_1 és e_2 ; az e_1 egyenesen az A_1 , az e_2 egyenesen az A_2 rögzített pontokkal. Jelöljük ki az e_1 egyenesen egy M_1 pontot és az e_2 egyenesen egy M_2 pontot, az A_1A_2 egyenes ugyanazon a partján úgy, hogy $A_2M_2 = k \cdot A_1M_1$ legyen (k adott pozitív szám). Határozzuk meg az M_1M_2 szakasz felezőpontjának a mértani helyét, ha M_1 befutja az e_1 egyenest.
1389. Adott a síkban három rögzített pont: A, B, C . Mi az M pont mértani helye az adott síkban, ha az eleget tesz az $l \cdot MA^2 + m \cdot MB^2 + n \cdot MC^2 = 0$ feltételeknek. (l, m, n nullától különböző adott számok.)
1390. A paralelogramma egyik oldalát, a -t rögzítjük, a másik oldalát, b -t az a -val közös pontja körül forgatjuk. Határozzuk meg az átlók metszéspontjának a mértani helyét.
1391. Adott egy sík, a síkban egy e egyenes és az e egyenesen az A, B, C és D pontok (az 1391. ábrán látható sorrendben). Határozzuk meg azoknak az M pontoknak a mértani helyét az adott síkban, amelyekre nézve $MCD \sphericalangle = MAD \sphericalangle + MBD \sphericalangle$.



1392. Mi az ABC háromszög A csúcsának a mértani helye, ha a BC oldala rögzített, és az A -ból húzott magasság a $(c+b)$ és a $(c-b)$ mértani közepe (c és b a háromszög változó oldalainak a mértékszámát jelentik és $c > b$).
1393. Adott a síkban egy e egyenes, egy k kör és a k kör középpontján áthaladó az e egyenesre merőleges egyenesen egy P pont. Rajzoljunk a P pont körül olyan k' kört, amelynek legalább egy közös pontja van e -vel is és k -val is. Húzzuk meg a k és k' közös húrjának h egyenesét, illetve a k és k' közös érintőjét. Ezután állítsunk merőlegeseket (merőlegest) az e egyenesre azokban a pontokban (pontban), amelyekben a k' kör metszi (érinti) az e egyenest. Ezek a merőlegesek metszik a h egyenest. Mi a metszéspontok mértani helye, ha a k' kör változik? Mi a mértani hely akkor, ha a feladatot a következőképpen módosítjuk: k' körnek legalább egy közös pontja legyen az e egyenessel, h pedig legyen a k és k' körök hatványvonala?
1394. Adott két egymásra merőleges egyenes e_1, e_2 és egy $AC = l$ hosszúságú szakasz. Jelöljük ki a szakaszon egy B pontot. Ezután helyezzük el a szakaszt az 1394. ábrán látható módon. Határozzuk meg a C végpont mértani helyét, ha a szakaszt úgy mozgatjuk, hogy az A végpontja min-

dig az e_1 egyenesre, a B belső pontja pedig az e_2 egyenesre illeszkedik.

1395. Határozzuk meg azoknak a pontoknak a mértani helyét a síkban, amelyeknek a koordinátái kielégítik a következő egyenletet:

a) $x^2 + x|x| + 2y^2 = 8$;

b) $\frac{1}{4}x^2 + 4y^2 + 4y|y| = 1$;

c) $2x^2 - 4x + 2(x-1)|x-1| + 8y^2 - 8y|y| + 1 = 0$.

1396. Adottak az egyenlő oldalú háromszög csúcsai: $A\left(-\frac{a}{2}; 0\right)$, $B\left(\frac{a}{2}; 0\right)$, $C\left(0; \frac{a}{2}\sqrt{3}\right)$. Határozzuk meg a háromszög síkjában azoknak a pontoknak a mértani helyét, amelyeknek a háromszög csúcsaitól mért távolságuk négyzetösszege $4a^2$, $2a^2$, a^2 , illetve $\frac{1}{2}a^2$.

1397. Két egyenlő hosszú pálcát a közös C végpontjukban csuklósan kapcsolunk össze. Az egyik pálcát A végpontja rögzített. A másik pálcát B végpontja egy rögzített és az A ponton áthaladó egyenesen mozog. Határozzuk meg a BC pálcát felezéspontjának a mértani helyét.

1398. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye egy adott négyzet síkjában, amelyeknek a négyzet csúcsaitól mért távolságainak négyzetösszege adott c^2 állandó?

1399. Adott síkban fekvő rögzített k_1 és k_2 körökhöz P pontból érintőket rajzolunk. Az érintési pontok P_1 , illetve P_2 (P_1 a k_1 , P_2 a k_2 kör pontja). Mi a P pont mértani helye, ha

a) $PP_1^2 + PP_2^2 = a^2$;

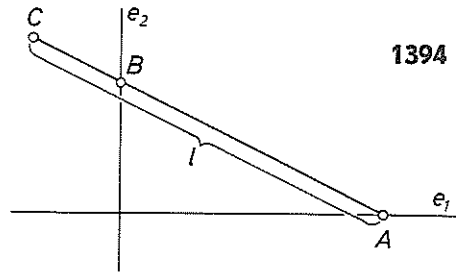
b) $PP_1^2 - PP_2^2 = a^2$;

c) $kPP_1^2 + lPP_2^2 = a^2$

ahol a , k és l adott számok?

- 1400. Az origón áthaladó e egyenes az $x^2 + y^2 - 4x = 0$ és az $x^2 + y^2 - 2x = 0$ köröket az origótól különböző M_1 , illetve M_2 pontokban metszi ($M_1 \neq M_2$). Az első kör középpontja O_1 , a második kör középpontja O_2 . Az O_1M_2 és az O_2M_1 egyenesek metszéspontját jelöljük P -vel. Milyen vonalat ír le a P pont, ha az e egyenest az origó körül forgatjuk?

- * 1401. A $2x + 3y = 6$ egyenes tetszőleges P pontját vetítsük merőlegesen a koordinátatengelyekre. Az x tengelyre illeszkedő vetület legyen P_1 , az y tengelyre illeszkedő vetület legyen P_2 . Mi annak a P_1P_2 szakaszra illeszkedő Q pontnak a mértani helye, amelyre a $\frac{P_1Q}{P_2Q} = \lambda$, ahol λ adott pozitív szám.



1394

1402. Az $x = 0$, $y = 0$ és az $\frac{x}{k} + \frac{y}{a-k} = 1$ egyenesek háromszöget határoznak meg. ($k \neq 0$ és $a \neq k$.) Milyen vonalat ír le a háromszög súlypontja, ha a állandó, k pedig változik?
1403. Adott két egymásra merőleges egyenes e_1 és e_2 és az e_1 egyenesen a metszésponttól különböző rögzített P pont. Jelöljük ki az e_2 egyenesen egy M pontot, azután az M ponton át húzzunk párhuzamost az e_1 egyenessel. Mérjük rá az így adódó e egyenesre M pontból mindkét irányban az $MP = MQ$ szakaszt. Határozzuk meg a kapott pontok mértani helyét, ha az M pont végigfut az e_2 egyenesen.
1404. Adott két pont: $A(0; a)$ és $B(b; a)$. Osszuk fel az OA és az AB szakaszt n egyenlő részre. (O az origó.) Az OA szakasz osztópontjain át húzzunk párhuzamosokat az AB egyenessel, az AB szakasz osztópontjait pedig kössük össze az origóval. Határozzuk meg az azonos sorszámú osztópontokból húzott egyenesek metszéspontjainak a mértani helyét. (A számozást az OA szakaszon az O pontnál, az AB szakaszon az A pontnál kezdjük.)
1405. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyeknek az $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$ körre vonatkozó hatványa $a)$ 7 ; $b)$ -2 ?
1406. Adott egy kör és annak a belsejében egy rögzített P pont. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek az adott kört érintik, és áthaladnak a P ponton?
1407. Adott a k_1 kör és annak a belsejében a k_2 kör. Határozzuk meg k_1 és k_2 kört érintő k körök középpontjainak a mértani helyét.
1408. Adott egy kör és a kör síkjában a körön kívül egy rögzített P pont. Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek áthaladnak a P ponton, és az adott kört érintik?
1409. Adott a k_1 kör és a k_1 kör síkjában a körön kívül a k_2 kör. Mi a k_1 és k_2 kört érintő k körök középpontjainak a mértani helye?
1410. Adott egy kör és egy a középpontján áthaladó rögzített e egyenes. Jelöljük ki a kör síkjában egy P pontot. Ezután szerkesszük meg azt a körre illeszkedő Q pontot, amelyre $QQ' = PQ'$, ahol Q' a Q pontnak az e egyenesre eső merőleges vetületét jelenti. Mi azoknak a P pontoknak a mértani helye, amelyekre a szerkesztés elvégezhető?
1411. A síkban rögzítsünk két pontot, A -t és B -t. Mi azoknak a P pontoknak a mértani helye a síkban, amelyek eleget tesznek a következő követelményeknek: $k \cdot PA^2 + l \cdot PB^2 = m$ (k , l és m adott pozitív állandók)?
1412. Adott a hiperbola két, a valós tengelyére szimmetrikus pontja, A és B . Jelöljük a hiperbola tengelypontjait T_1 -gyel és T_2 -vel. Az AT_1 és a BT_2 egyenesek metszéspontját jelöljük M -mel. Határozzuk meg az M pont mértani helyét, ha az A pont végigfut a hiperbolán.
1413. Adott két kör: k_1 és k_2 . A két kör kívülről érinti egymást a P pontban. A k_1 kör sugara egyenlő a k_2 kör sugarának a kétszeresével. A k_1 kör a rögzített középpontja, O_1 körül forog, és közben a súrlódás miatt forgatja a k_2 kört is a rögzített középpontja, O_2 körül. Jelöljük ki a k_1 kör O_1P és a k_2 kör PO_2 sugarát. A kijelölt sugarak a forgás megkezdése után elmentés irányban elfordulnak. Határozzuk meg a két sugár egyenesi metszéspontjának a mértani helyét.
1414. Adott ellipszis egyik Q pontjában rajzoljuk meg az érintőt. Húzzunk erre merőlegest az ellipszis középpontjából. Jelöljük a merőleges talp-

pontját P -vel. Mi a P pont mértani helye, ha a Q pont végigfut az ellipszisen?

1415. Az $y^2 = 2px$ parabola F fókuszát kössük össze a parabola tetszőleges P pontjával. Az FP szakasz C pontjára legyen $\frac{FC}{CP} = \lambda$ (λ adott pozitív szám). Határozzuk meg a C pont mértani helyét, ha a P végigfut a parabolán.
1416. A koordináta-rendszerben kijelöljük az $A(a; 0)$ és a $B(0; b)$ pontokat úgy, hogy $a+b = k$ legyen, ahol k adott pozitív szám. Rajzoljuk meg az OAB háromszög köré írható kört (O az origó), ezután húzzunk az O ponton áthaladó és AB -vel párhuzamos egyenest, amely a kört O és P pontban metszi. Határozzuk meg a P pont mértani helyét, ha az A és B pontokat a feltételnek megfelelő módon változtatjuk.
1417. Az $x^2 + y^2 = r^2$ egyenlettel megadott kör síkjában határozzuk meg azoknak a pontoknak a mértani helyét, amelyek az x tengelytől feleakkora távolságra vannak, mint a körtől.
1418. Az $x^2 + y^2 = r^2$ kör $P(x_1; y_1)$ pontjában a körhöz érintőt rajzolunk. Az érintő az x tengelyt $A(a; 0)$ az y tengelyt $B(0; b)$ pontban metszi. Határozzuk meg az $M(a; b)$ pont mértani helyét, ha a P végigfut a körön.
1419. Rajzoljuk meg az $y^2 = 2px$ parabola $P(x_1; y_1)$ pontjában a parabola t érintőjét. t egyenes az x tengelyt A , az y tengelyt B pontban metszi. A pontban az x tengelyre, B pontban az y tengelyre merőlegest rajzolunk. A metszéspontjukat jelöljük M -mel. Határozzuk meg az M pont mértani helyét, ha a P pont végigfut a parabolán.
1420. Adott O középpontú és r sugarú kör A pontjában a körhöz érintőt rajzolunk. Az érintő tetszőleges M pontjában rajzoljunk a kör síkjában merőlegest az érintőre, azután az M pontból mérjük fel erre M -nek a körtől mért távolságát. Határozzuk meg az így adódó P pont mértani helyét, ha az M végigfut az érintőn.
1421. Adott a k kör. Rögzítsük a kör egyik átmérőjét. Határozzuk meg azon körök középpontjainak a mértani helyét, amelyek érintik a rögzített átmérőt, és a k -hoz legközelebb eső pontjuknak a k -tól való távolsága egyenlő a sugarukkal.
1422. Adott egy parabola: A tengelypontja O és egy tetszőleges pontja M . Az OM egyenesre az O pontban merőlegest emelünk, az M ponton át a parabola tengelyével párhuzamosot húzunk. Határozzuk meg a két egyenes metszéspontjának a mértani helyét, ha az M végigfut a parabolán.
1423. Rögzítsünk a síkon két pontot, A -t és B -t. Rajzoljunk az A és B pontokon áthaladó köröket. Mi a körök azon pontjainak a mértani helye, amelyek legtávolabb vannak az AB szakasz felező merőlegesétől?
1424. Az $x^2 + y^2 - 2rx = 0$ körön rögzítsük az $A(0; 0)$ és a $B(r; r)$ pontokat, azután jelöljük ki a kör egy harmadik pontját, M -et. A BM húr felezéspontjából húzzunk az AM egyenesre merőleges e egyenest. Bizonyítsuk be, hogy ha az M pontot a körön mozgatjuk, az e egyenes egy rögzített ponton halad át. Határozzuk meg az AM egyenes és az e egyenes metszéspontjának a mértani helyét.
1425. Adott két párhuzamos egyenes, e és f és közöttük az O pont. O távolsága e től a , f -től b . Rajzoljunk O ponton át olyan g egyenest, amely e -t E -ben, f -et F -ben metszi. F pontban merőlegest állítunk a g -re, azután az e -vel

- való metszéspont irányába F -ből felmérjük rá az $FX = OE$ szakaszt. Mi az X pont mértani helye, ha a g egyenest az O pont körül forgatjuk?
1426. Adott az ABC derékszögű háromszög. Toljuk el a CA befogó egyenesét. Ez az egyenes a CB befogó egyenesét P , az AB átfogó egyenesét R pontban metszi. Határozzuk meg a PA és az RC egyenesek metszéspontjának a mértani helyét, ha a CA egyenesre különböző eltolást alkalmazunk.
1427. Adott méretű homogén négyzet alakú fémlemez a középpontján átmenő e egyenessel két darabra vágjuk szét. Határozzuk meg az egyes lemezdarabok súlypontjainak a mértani helyét, ha az e egyenest a középpont körül forgatjuk.
1428. Adott síkban fekvő e egyenesen rögzítsünk két pontot, M -et és S -et. Tekintsük e -t egy egyenlő szárú háromszög szimmetriatengelyének, M -et a magasságpontnak és S -et a súlypontnak. Az e -re illeszkedő csúcsot jelöljük C -vel. Határozzuk meg a háromszög másik két csúcsának a mértani helyét, ha C az e egyenesen mozog.
1429. Adott kör középpontján áthaladó és a kör síkjába eső egyenesek közül rögzítsük az egyik egyenest. Mi azon körök középpontjának a mértani helye, amelyek érintik az adott kört és a rögzített egyenest?
1430. g és l adott egyenesek merőlegesek egymásra. g egyenesen rögzítsünk két pontot, A -t és B -t. Az l egyenes tetszőleges P pontját összekötjük A -val és B -vel, azután az AP és BP egyenesekre az A , illetve a B pontban az adott egyenesek által kifeszített síkban merőlegest rajzolunk. Mi a merőlegesek M metszéspontjának a mértani helye, ha a P pont végigfut az l egyenesen?
1431. Rajzoljunk O pont körül egy kört, és rögzítsük az egyik átmérőjét. A kör kerületén jelöljük ki egy P pontot. P -nek a rögzített átmérőre eső merőleges vetülete legyen Q . A középpontból a P -hez húzott sugárra mérjük fel az $OR = OQ$ szakaszt. Határozzuk meg az R pont mértani helyét, ha P végigfut az adott körön.
1432. Rögzítsünk a koordináta-rendszer síkjában egy $A(x_0; y_0)$ pontot. ($x_0 > 0$ és $y_0 > 0$). Húzzunk az A ponton át olyan e egyenest, amely az x tengelyt Q , az y tengelyt R pontban metszi. Határozzuk meg a QR szakasz felezőpontjának a mértani helyét, ha az e egyenest az A pont körül forgatjuk.
1433. Adott két egymásra merőleges egyenes: e_1 és e_2 . Mi azon körök középpontjainak a mértani helye, amelyek az e_1 egyenest érintik, az e_2 egyenesből pedig d hosszúságú szakaszt vágnak ki?
1434. Határozzuk meg azoknak a pontoknak a mértani helyét a síkban, amelyek két rögzített ponttól mért távolságainak a szorzata adott állandóval egyenlő.
1435. Az $x = a$ egyenlettel megadott egyenest, ahol $a > 0$, messük az origóból húzott egyenesekkel. A metszéspontokból az origó felé mérjük fel adott b hosszúságú szakaszokat. Határozzuk meg a kapott végpontok mértani helyét.
1436. Az origón áthaladó e egyenes az $x^2 + y^2 - 2ax = 0$, ($a > 0$) kört az $A(0; 0)$ és egy B , az $x = 2a$ egyenest C pontban metszi. Mérjük fel A pontból az AC szakaszra az $AP = CB$ szakaszt. Határozzuk meg P pont mértani helyét, ha m minden valós értéket felvesz.
1437. Adott r sugarú kör csúszás nélkül gördül az x tengelyen. Milyen görbét ír le a körnek az a pontja, amelyik a mozgás kezdetekor az origóban van?

1438. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyeknek a koordinátái kielégítik a következő egyenlőtlenség-rendszert:

$$a) x \geq 2, \quad y \geq x-1;$$

$$b) x > 0, \quad y \geq \frac{1}{x};$$

$$c) x < 0, \quad y > \frac{1}{x};$$

$$d) x+y \geq 2, \quad 2x-y \geq 8;$$

$$e) 3x-y-2 < 0, \quad 5x-4y+6 < 0;$$

$$f) x-y-2 < 0, \quad 2x-2y+5 < 0;$$

$$g) x+y-4 < 0, \quad 2x+2y+5 > 0;$$

$$h) 2x+y = 3, \quad x-y < 12;$$

$$i) x-5y+6 < 0, \quad 3x+y-14 < 0, \quad x-y+2 > 0;$$

$$j) 3x+2y-5 > 0, \quad 2x-y-8 < 0, \quad 3x-5y+2 = 0;$$

$$k) x^2+y^2 \geq 25, \quad x \geq 0;$$

$$l) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} < 1, \quad y > 0;$$

$$m) y > 3x-2, \quad y < x^3;$$

$$n) x^2-y^2 \leq 9, \quad 2x-3y+2 = 0;$$

$$o) y \geq \frac{1}{4}x^2, \quad y \leq 2x.$$

1439. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye a síkban, amelyeknek a koordinátái kielégítik a következő egyenlőtlenségeket:

$$a) (y-x^2)(x+y-6) < 0;$$

$$b) (x^2+y^2-4)(x^2-4) > 0;$$

$$c) \frac{x^2-y}{y^2-x^2} > 0;$$

$$d) y \geq |x-2|;$$

$$e) y^2 < |4x|;$$

$$f) y + \sqrt{(x-1)^2} \leq 0;$$

$$g) y+x-|x-3| \geq 0.$$

1440. Mi azoknak a pontoknak a mértani helye, amelyeknek a koordinátái kielégítik a következő egyenlőtlenségeket:

$$2x+y \geq 6$$

$$x+2y \geq 6$$

$$y \geq 1$$

$$x \geq 0.$$

Határozzuk meg x és y értékét úgy, hogy a $k = 5x+6y$ függvénynek a fenti feltételek mellett minimuma legyen.

1441. Egy osztály klubdelutánra készül, és a tanulók elhatározzák, hogy szendvicseket készítenek. A szendvicsek elkészítéséhez a következő nyersanyag áll rendelkezésükre: 120 dkg vaj, 100 dkg sonka, 200 dkg sajt, 20 db

kemény tojás és korlátlan mennyiségű kenyér. Kétféle szendvicset akarnak készíteni. Az A típusú szendvicshöz darabonként a következő anyagokat használják fel: 3 dkg vaj, 3 dkg sonka, 2 dkg sajt, $\frac{1}{4}$ tojás és kenyér. A B típusú szendvicshöz darabonként 2 dkg vajra, 1 dkg sonkára, 5 dkg sajtra, $\frac{1}{2}$ tojásra és kenyérre lesz szükség. A rendelkezésre álló

- nyersanyagból hány darab A és hány darab B típusú szendvics készíthető úgy, hogy az összes szendvicsek száma a lehető legnagyobb legyen?
1442. Az A és a B típusú ruhák elkészítéséhez egy üzemben darabonként a következő munkaműveletek szükségesek:

Munkaművelet	A	B
Szabás	3 perc	3 perc
Varrás	1 perc	4 perc
Hegesztés	1 perc	—

Egy műszakon belül a szabásra összesen 420 perc, a varrásra összesen 440 perc, a hegesztésre összesen 80 perc fordítható. Az A típusú ruha 60 Ft a B típusú ruha 30 Ft haszonnal jár darabonként. Az A típusú ruha termelési értéke darabonként 450 Ft, a B típusú ruha termelési értéke darabonként 500 Ft.

Hány darabot termeljen a gyár egy műszakban az egyes modellekből, ha

a) maximális haszonra,

b) maximális termelési értékre,

c) maximális haszon mellett maximális darabszám elérésére törekszik? Létezik-e olyan termelési program, amely mindhárom követelményt egyszerre kielégíti?

1443. Egy üzem A és B típusú termékeket gyárt, munkadarabonként a következő feltételek mellett

Munkaművelet	A	B
Marás	2 perc	—
Préselés	—	2 perc
Csiszolás	2 perc	1 perc
Festés	5 perc	5 perc

Egy műszakon belül a marásra 90 perc, a préselésre 80 perc, a csiszolásra 100 perc, a festésre 300 perc fordítható.

Az A típusú munkadarab előállításának költsége 1,28 Ft, a B típusú munkadarab előállításának költsége 4,65 Ft.

Az A típusú munkadarabot 2 Ft-ért, a B típusút 5 Ft-ért adja el az üzem. Milyen termelési program mellett tudna az üzem a legnagyobb nyereségre szert tenni úgy, hogy közben a lehető legtöbb munkadarabot állítsa elő?