Matek összefoglaló
függvények

Pletykás csajok

2021. 04. 30

Tartalomjegyzék

1. Arányok

1.1. Egyenes arány

Fogalma:

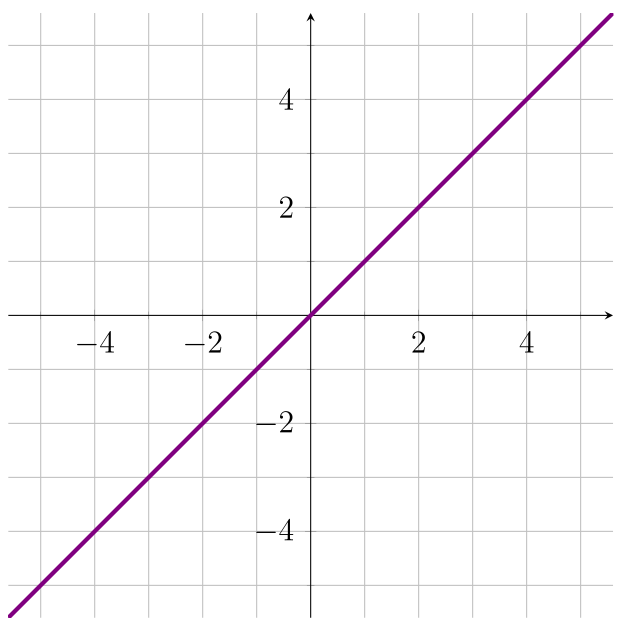
- Ha az egyik érték a valahányszorosára változik, akkor a másik mennyiség ugyanannyiszorosára változik.
- **Vagyis a két szám hányadosa állandó**

Példa:

Ha **1 db zsömle 22 Ft.** Akkor:
2 db zsömle 44 Ft. És
3 db zsömle 66 Ft.

Függvénye:

Mindig egy origón áthaladó egyenes. Például:



1.2. Fordított arány

Fogalma:

- Ha az egyik számot osztom x-szel, akkor a másikat meg szorzom x -szel.
- **Vagyis a két szám szorzata állandó**

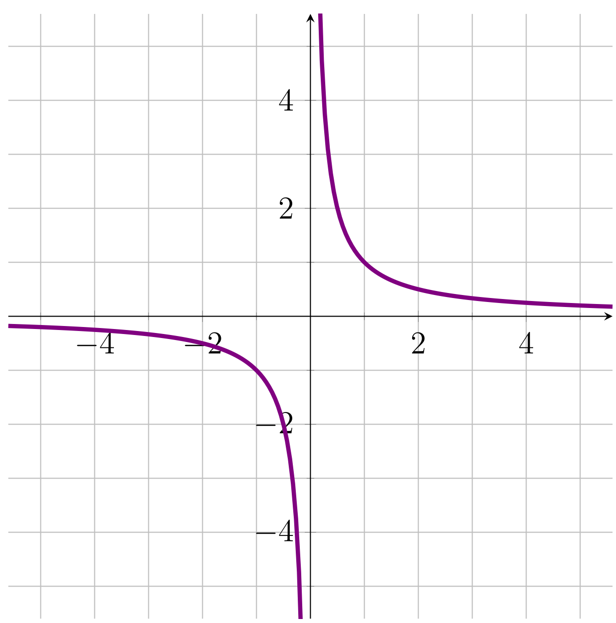
Példa:

Egy erdőt **1 ember 12 nap** alatt vág ki.
Akkor **2 ember 6 nap** alatt vágja ki ugyan azt az erdőt.
És **3 ember pedig 4 nap** alatt vágja ki.
És így tovább ...

Függvénye:

- A fordított arány grafikonját **HIPERBOLÁNAK** hívjuk.
- A tengelyeket végtelenül kicsiny távolságra megközelíti, de sosem éri el az adott függvény, ezeket a tengelyeket **ASZIMPTOTÁNAK** nevezzük.

A függvény ábrázolása:



2. Hozzárendelések

2.1. Alaphalmaz

Az alaphalmaz az amihez hozzárendelek.

2.2. Képhalmaz

A képhalmaz minden eleme az alaphalmaz valamelyik elemének a képe. A képhalmaz azok az elemek, amiket hozzárendelek.

2.3. Egyértelmű hozzárendelés

Más néven függvény. Amikor minden alaphalmaz beli elemhez csak 1 képhalmaz beli elemet rendelünk hozzá.

2.4. Nem egyértelmű hozzárendelés

Amikor több képhalmaz beli elemet rendelek hozzá az alaphalmaz valamelyik eleméhez.

3. Függvények

3.1. Fogalma

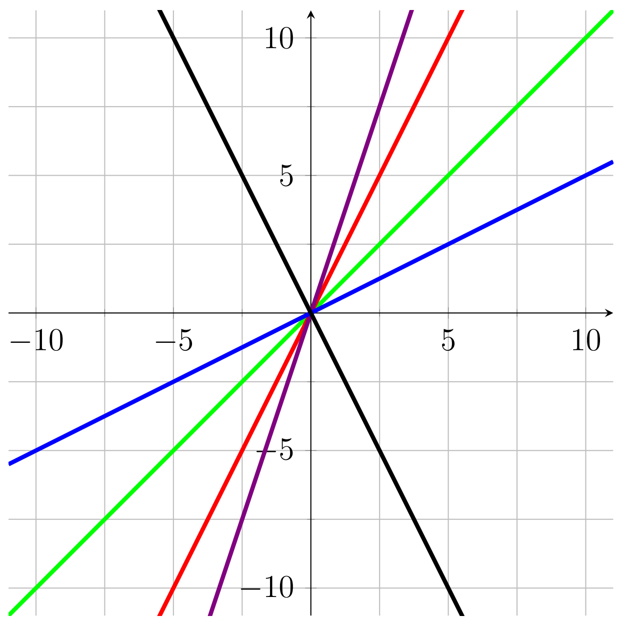
- egyértelmű hozzárendelés
- minden x értékhez pontosan egy y érték tartozik.
- (az x tengely merőlegese pontosan egy pontban metszi az y tengely merőlegesét)

3.2. Megadása

- Venn-diagrammal
- táblázattal
- matematikai géppel
- utasítással, szabállyal
- koordináta-rendszerben ábrázolva

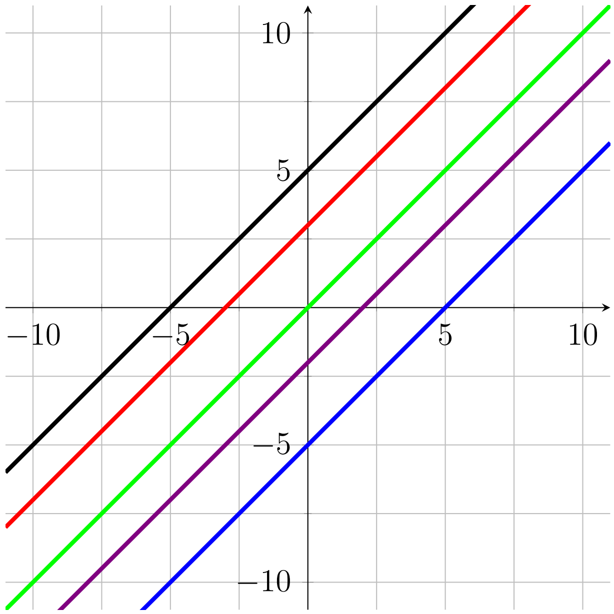
3.3. Lineáris függvények

Az elsőfokú függvények. A képük mindig egyenes.



A zöld hozzárendelés: $z : x \longmapsto x$, vagy más jelöléssel $z(x) = x$.
A piros függvény: $p : x \longmapsto 2x$, vagy $p(x) = 2x$.
A lila hozzárendelés: $l : x \longmapsto 3x$, vagy $l(x) = 3x$
A fekete hozzárendelés: $q : x \longmapsto -2x$, vagy $q(x) = -2x$
A kék hozzárendelése: $k : x \longmapsto 0,5x$, vagy $k(x) = 0,5x$

Mindegyik görbe az origón áthaladó egyenes, de a **meredekségükben** különböznek.
A következő egyenesek párhuzamosak, vagyis azonos a meredekségük. Ezek a „görbék" csak abban különböznek, hogy hol metszik az y tengelyt. Röviden úgy mondjuk, hogy más a **tengelymetszetük**.



A zöld hozzárendelés: $z : x \longmapsto x$, vagy más jelöléssel $z(x) = x$.
A piros függvény: $p : x \longmapsto x + 3$, vagy $p(x) = x + 3$.
A lila hozzárendelés: $l : x \longmapsto x - 2$, vagy $l(x) = x - 2$
A fekete hozzárendelés: $q : x \longmapsto x + 5$, vagy $q(x) = x + 5$
A kék hozzárendelése: $k : x \longmapsto x - 5,$ vagy $k(x) = x - 5$

3.3.1. Meredekség számítása

A függvény meredeksége az a szám, amivel megszorozzuk az x-et.

1) A meredekség kiszámításához el kell osztani a magasságot a szélességgel. Ha egyet lépek oldalra hányat lépek fel?

2) Ha meg van adva 2 pont, akkor a koordinátáikkal fogunk dolgozni. A szabály szerint:

$$m = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b}$$

Ezek után csak behelyettesítjük az adott feladat számait és elvégezzük a műveleteket.

3.3.2. Tengelymetszet számítása

y tengelymetszet kiszámítása

1) Ha rendelkezésünkre áll egy ábra, akkor könnyen le tudjuk olvasni a tengelymetszetet. Az ujjunkat az origóra tesszük és elkezdjük számlálni, hogy a függvény hány egység távolságra metszi az y tengelyt.

2) Ha csak pontok vannak megadva akkor se essünk kétségbe! Csupán annyit kell tennünk, hogy megjegyezzük ezt az összefüggést:

$$b = y_b + x_b \cdot m$$

A b a tengelymetszetet jelöli. Azért szorozzuk meg egymással ezt a két számot mert y_b megadja, hogy a B pont milyen távol van az x tengelytől, $x_b \cdot m$ pedig, hogy mennyit mozdul el az y tengelyen.

3) S a legegyszerűbb eset, hogy ha ismerjük a hozzárendelés szabályát ($f : x \longmapsto mx + b$), s megnézzük, hogy ez mit vesz fel az $x = 0$ helyen:

$$f(0) = m \cdot 0 + b = b.$$

x tengelymetszet (avagy nullahely/zérushely) kiszámítása

1) Azt a pontot ahol a függvény metszi az x tengelyt **nullahelynek vagy zérushelynek** nevezzük.

2) Ha a függvénynek a nullahelyét akarjuk kiszámolni, tudjuk, hogy akkor az y értéke nulla lesz. Helyettesítjük be ezt a függvényünkbe.:

$$y = mx + b$$

Azaz a y egyenlő a meredekségszer x-szel és a tengelymetszet összegével.

$$0 = mx + b$$

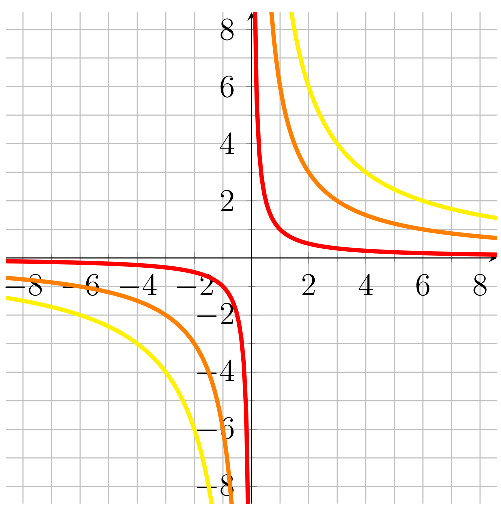
Helyettesítsük be az értékeket, majd oldjuk meg az egyenletet, és készen is vagyunk!

3.4. Egyéb függvények

Vannak nem lineáris függvények is. Íme egy-két példa, amit tanultunk:

3.4.1. Hiperbola

- A hiperbola a fordított arány görbéje.
- A hiperbola középpontosan szimmetrikus. Az x és az y tengelyeket végtelenül kicsiny távolságra megközeliti, de sosem érik el, a két tengely neve **aszimptota**.



Hozzárendelések:

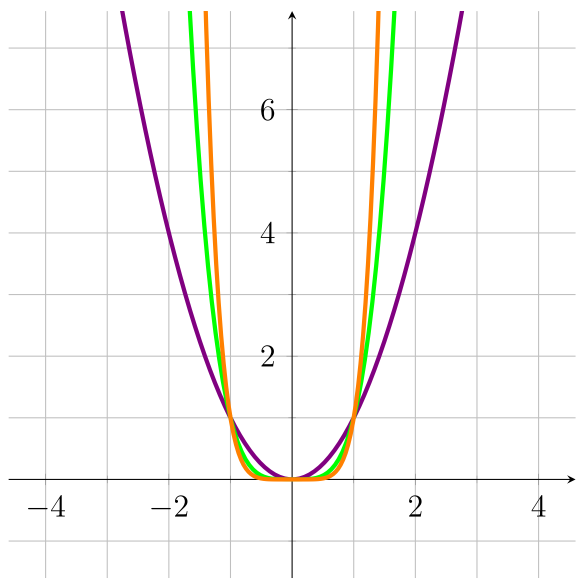
$$f(x) \longmapsto \frac{1}{x}$$

$$f(x) \longmapsto \frac{6}{x}$$

$$f(x) \longmapsto \frac{12}{x}$$

3.4.2. Páros hatványfüggvények

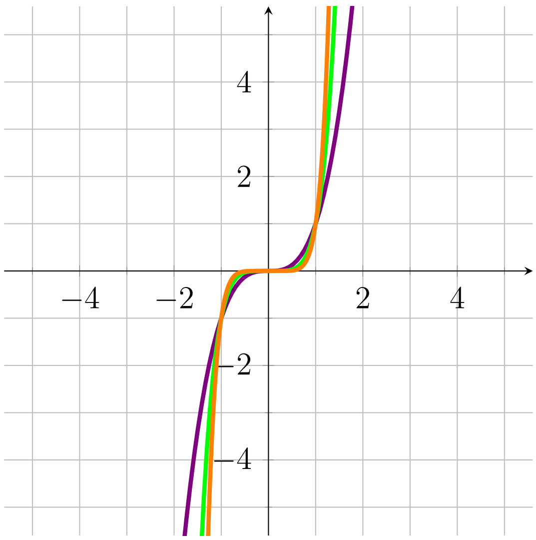
- Ha másodfokú, akkor a függvényének neve parabola. (Egyébként nem parabola!)
- A görbéje szimmetrikus az y tengelyre
- A görbéje áthalad a következő pontokon: (-1;1) (0;0) (1;1)
- A görbéje a $-1 \leq x \leq 1$ intervallumban minél nagyobb a kitevő, annál jobban hozzásimul az x tengelyhez.
- Ezen kívül, minél nagyobb a kitevő, annál „meredekebb”



Hozzárendelések:
$x \longmapsto x^2$
$x \longmapsto x^4$
$x \longmapsto x^6$

3.4.3. Páratlan hatványfüggvények

- Középpontosan szimmetrikus.
- Ahogy növeljük a kitevőt úgy egyre jobban „beledöngölődik” az x tengelybe a $-1 \leq x \leq 1$ intervallumban.
- A $(0;0)$, $(1;1)$, $(-1;-1)$ koordinátákon mindig áthalad



Hozzárendelések:

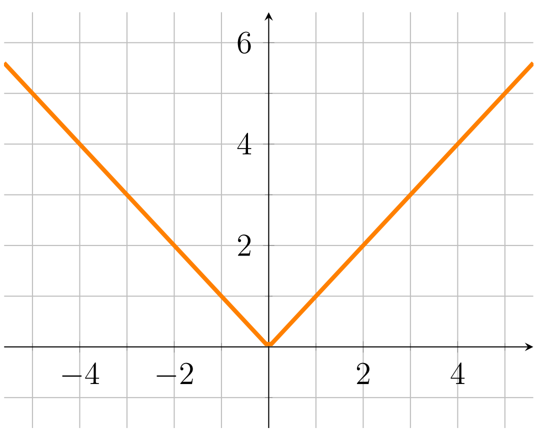
$x \longmapsto x^3$

$x \longmapsto x^5$

$x \longmapsto x^7$

3.4.4. Abszolút érték függvény

- Így jelöljük: $|x|$
- Definíciója: Egy szám abszolút értéke a nullától való távolsága.



$$x \longmapsto |x|$$

Értéktáblázat:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3

3.4.5. Egészrész függvény (másnéven lépcsős fügvény)

Mi is az az egészrész?

- A jele: $[x]$
- Definíciója: A számnál nem nagyobb legnagyobb egész szám.

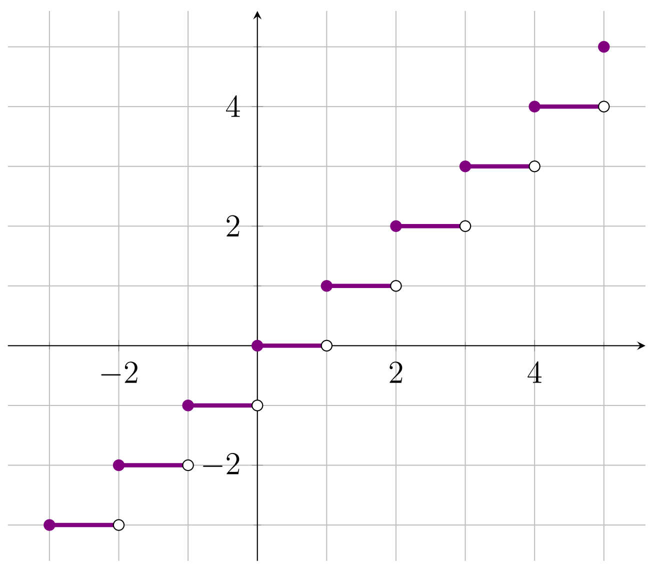
Példa:

$$x \longmapsto [x]$$

Értéktáblázat:

x	$-3,5$	$-2,5$	-1	0	1	2.5	3.5
y	-4	-3	-1	0	1	2	3

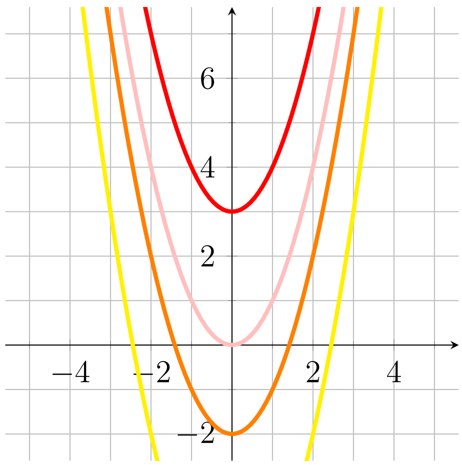
A függvény ábrázolása:



3.5. Transzformációk

3.5.1. Függvényen kívül

Ha a függvényen kívül adunk hozzá, vagy veszünk el egy számot, akkor az az *y tengely menti pozitív, vagy negatív irányú eltolást* jelenti.



Hozzárendelések:

$x \longmapsto x^2 + 3$

$x \longmapsto x^2$

$x \longmapsto x^2 - 2$

$x \longmapsto x^2 - 6$

3.5.2. Függvényen belül

Ha a fügvényen belül adunk hozzá, vagy veszünk el egy számot az x értékéből, akkor a függvény az *x tengely mentén ellentétes irányban tolódik el. Ha hozzáadunk*, akkor balra tolódik (ekkor azt mondjuk, hogy a függvény *„siet”*), *ha pedig elveszünk*, akkor a függvény grafikonja jobbra tolódik el (ilyenkor azt mondjuk, hogy a függvény *„késik”*).

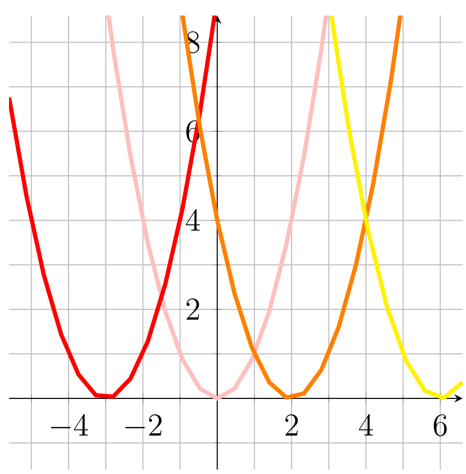
Hozzárendelések:

$x \longmapsto (x+3)^2$

$x \longmapsto x^2$

$x \longmapsto (x-2)^2$

$x \longmapsto (x-6)^2$



4. Sorozatok

Bármi alkothat sorozat, ami a pozitív egészeken van értelmezve. (Az alaphalmazunk a pozitív egészek halmaza.)

4.1. Példák

1. filmsorozat (van első, második, ... rész)
2. röpülő kacsák (+ Münchausen báró)
3. borzcsalád (+ úthenger: borz-alom)
4. számsorozatok
5. Máté repülőgépgyártási sorozata
6. lövés sorozat
7. sorozat gyilkos

4.2. A sorozatok megadása

- szabály megadása
- felsorolás (pl. borzcsalád tagjai)
- ábrázolás

4.3. Sorozatok jelölése

- $(n+1)$ (ahol n poz. egész)
- táblázattal

n	1	2	3	4	5	...
$(n+1)$	2	3	4	5	6	...

- $a : n \longmapsto n+1$ (természetesen most is n pozitív egész)
- $a(n) = n+1$
- $a_n = n+1$