

723.

Egy fal előtt álló ember elsüt egy pisztolyt. Ő, vagy a faltól kétszer távolabb álló társa észlelt nagyobb időkülönbséget az elsődleges és a visszhang között?

Megoldás

A pisztolyos ember álljon x távolságra a faltól. Ekkor a hangnak (oda és vissza) $2x$ utat kell megtenni, amihez

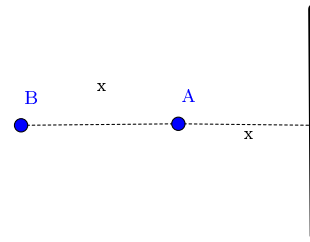
$$\Delta t = \frac{2x}{c}$$

időre van szüksége, tehát ennyi idő telik el a két hang között.

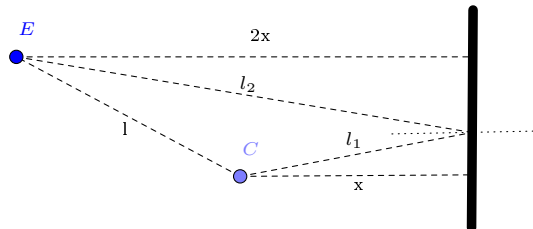
- a) Ha a kétszer akkora távolságra álló társa mögötte áll, akkor ő az elsődleges hangot $t_1 = \frac{x}{c}$ idő késéssel hallja (mivel x távolságra áll a pisztolyos embertől), a visszaverődő hangot viszont $t_2 = \frac{3x}{c}$ idő késéssel hallja, hiszen a hangnak a falig x , majd hozzá $2x$ utat kell megtennie. A két idő között eltelt idő

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{3x}{c} - \frac{x}{c} = \frac{2x}{c}.$$

Tehát mindketten ugyanakkora időkülönbséggel



- b) Ha a társa nem mögötte áll, akkor a rajz szerint az elsődleges hangnak $l = \sqrt{x^2 + (3b)^2}$ utat kell megtennie, míg a visszavert hangnak a pisztolytól a falig $l_1 = \sqrt{x^2 + b^2}$ és a faltól az emberig $l_2 = \sqrt{(2x)^2 + (2b)^2} = 2\sqrt{x^2 + b^2}$ utat kell megtennie. Azt állítjuk, hogy a másodlagos hang minden ilyen esetben kevesebb időkülönbséggel érkezik az ember füléhez, mint a faltól x távolságra álló ember esetében.



Mivel a hang sebessége mindkét esetben azonos, így elegendő az utakra felírni az állítást:

$$(l_1 + l_2) - l < 2x$$

$$3\sqrt{x^2 + b^2} - \sqrt{x^2 + (3b)^2} < 2x.$$

Mivel mindkét oldal nem negatív ($0 < 3\sqrt{x^2 + b^2} - \sqrt{x^2 + (3b)^2} = \sqrt{9x^2 + 9b^2} - \sqrt{x^2 + 9b^2}$), bátran négyzetre emelhetünk.

$$9x^2 + 9b^2 + x^2 + 9b^2 - 6\sqrt{x^2 + b^2}\sqrt{x^2 + 9b^2} < 4x^2$$

$$6x^2 + 18b^2 < 6\sqrt{x^2 + b^2}\sqrt{x^2 + 9b^2} < 4x^2.$$

Ismét mindkét oldal nem negatív, ...

$$x^4 + 6x^2b^2 + 9b^4 < x^4 + 10x^2b^2 + 9b^4$$

$$3 < 5,$$

tehát igaz az állítás.