

705. feladat

Egy 20 N súlyú testet három rugóra függesztünk fel. Feszítetlen állapotban mindhárom rugó egyenlő hosszú; a középső rugó rugóállandója $8 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$, a két szimmetrikusan elhelyezett egyforma rugó rugóállandója egyenként $5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$.

- Mekkora a rugók közös hosszváltozása a test súlya alatt?
- A testet a fenti egyensúlyi helyzetéből kitérítjük. Mekkora az így előálló rezgés frekvenciája?

A feladat szövege szerint:

$$l_1 = l_2 = l_3$$

$$D_1 = D_3 = 5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$D_2 = 8 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$F = 20 \text{ N} \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

Jelöljük a hosszváltozást x -szel.

Rugók párhuzamos kapcsolása (A szimmetrikus elrendezés miatt) esetén a rugók hosszváltozása azonos ($x_1 = x_2 = x_3 = x$), azonban eltérő rugóállandó esetén a bennük fellépő erő különböző. A rugók által az m tömegre kifejtett eredő erő (F) megegyezik az egy egyes rugókban fellépő erők (F_1, F_2, F_3) összegével. Így tehát:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = D_1 \cdot x_1 + D_2 \cdot x_2 + D_3 \cdot x_3$$

Mivel a hosszak egyenlően változnak, ezért:

$$D_1 \cdot x + D_2 \cdot x + D_3 \cdot x = F$$

↓

$$5x + 8x + 5x = 18x = 20$$

$$18x = 20 \text{ N}$$

$$x = 1,11 \text{ cm}$$

Így tehát 1,11 cm a közös hosszváltozás a test súlya alatt.

Ezek alapján meghatározható, hogy ezeket a rugókat egy 18 N/cm-es rugóállandójú rugóval lehet helyettesíteni. Így a tömeg és a rugóállandó konkrét értéke ismert és a frekvenciát kell kiszámolni! Használjuk fel az alábbi képleteket:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{D}}$$
$$f = \frac{1}{T}$$

Így az adatokat az első képletbe, majd a másodikba behelyettesítve megkapjuk az így előálló rezgés frekvenciáját :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{18}}$$
$$T = 2\pi \cdot \frac{1}{3}$$
$$T = 2,0923$$

Ebből következik, hogy:

$$f = \frac{1}{2,0923}$$
$$f \approx 0,477$$

Az előálló rezgés frekvenciája tehát: 0,477 Hz.

(Charaf Kamel)