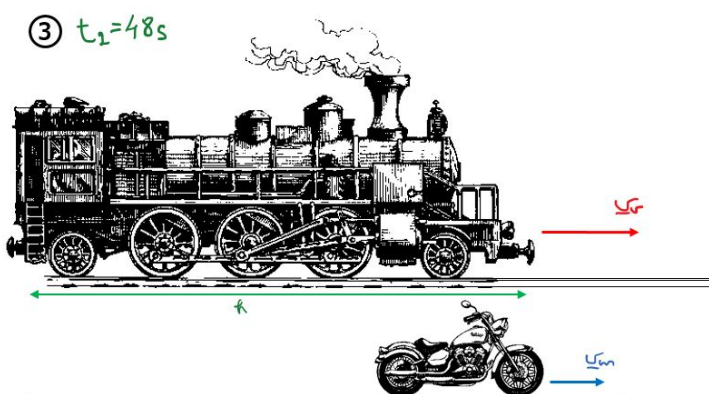
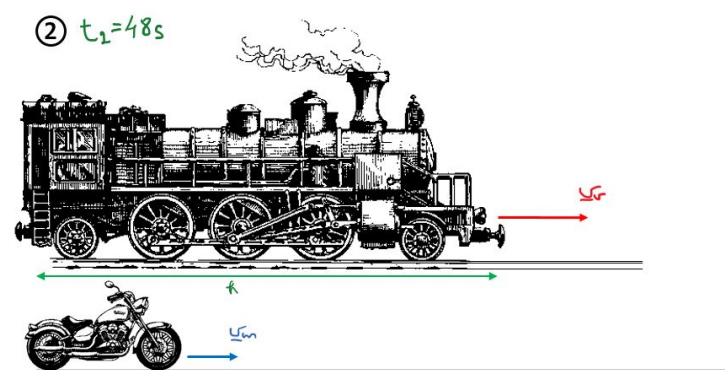
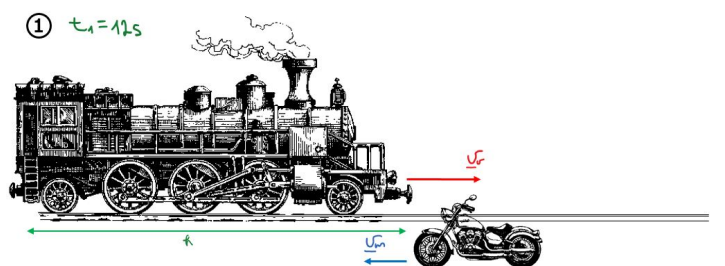


34**. feladat

Állandó sebességgel haladó vasúti szelvény mellett egy motorkerékpáros 12 s alatt ér a vonat elejétől a végéig, ellentétes irányban 48 s-ig halad a vonat mellett.

Mekkora a vonat hosszúsága és sebessége, ha a motorkerékpáros sebessége mindkét irányban 60 km/h.



Mindkét jármű állandó sebességgel megy, egyenes vonalú egyenletest mozgást végezve. Ennek tudatában felírhatjuk az erre vonatkozó út képletét. $s = vt$ (ez esetben az s az a h)

$$v_m = 60 \frac{km}{h} \approx 16,67 \frac{m}{s}$$

$$t_1 = 12 s$$

$$t_2 = 48 s$$

$h = ?$

$v_v = ?$

A vonat hossza a kérdés. Mivel mindkét jármű mozog, ezért úgy kell tekintenünk, mintha a vonat hosszát kellene a két járműnek együttesen megtennie. Attól függően, hogy ellenkező, vagy azonos irányba mozognak, a sebességeket összeadjuk, vagy éppen kivonjuk.

Az egyenlet, mely felírható az első ábra szerint (szembe haladásra):
 $h = v_v t_1 + v_m t_1 = t_1(v_v + v_m)$

Mivel nem tudjuk melyik a gyorsabb, így kétféleképpen is számolhatunk azonos irány esetén.

Ha a motoros a gyorsabb (lásd: 2. ábra), akkor a vonat végétől indulva 48 s múlva hagyja a vonatot.

$$h = v_m t_2 - v_v t_2 = t_2(v_m - v_v)$$

Ha a vonat gyorsabb (lásd: 3. ábra), akkor a vonat elejétől indulva 48 s múlva hagyja le a motorost. Ebben az esetben a következő egyenlet írható fel:

$$h = v_v t_2 - v_m t_2 = t_2(v_v - v_m)$$

Ennek alapján felírhatjuk a következőket (a motor a gyorsabb):

$$t_1(v_v + v_m) = t_2(v_m - v_v)$$

$$12s \left(v_v + 16,67 \frac{m}{s} \right) = 48s \left(16,67 \frac{m}{s} - v_v \right)$$

$$v_v + 16,67 \frac{m}{s} = 4 \left(16,67 \frac{m}{s} - v_v \right)$$

$$v_v + 16,67 \frac{m}{s} = 66,68 \frac{m}{s} - 4v_v$$

$$5v_v = 50,01 \frac{m}{s}$$

$$v_v = 10,002 \frac{m}{s} \approx 10 \frac{m}{s}$$

Meg is kaptuk a vonat sebességét, ami átváltva: $10 \frac{m}{s} = 36 \frac{km}{h}$. Behelyettesítve:

$$h = 12s \left(10 \frac{m}{s} + 16,67 \frac{m}{s} \right) = 320,04m \approx 320m$$

$$h = 48s \left(16,67 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s} \right) = 320,16 \approx 320m$$

(Számítási hiba csak a km/h átváltásából adódik, mivel nem $\frac{50}{3}$ -dal, hanem a 16,67-es kerekítéssel számoltam.)

Másik esetben, ha a vonatot feltételezzük a gyorsabbnak:

$$t_1(v_v + v_m) = t_2(v_v - v_m)$$

$$12s \left(v_v + 16,67 \frac{m}{s} \right) = 48s \left(v_v - 16,67 \frac{m}{s} \right)$$

$$v_v + 16,67 \frac{m}{s} = 4 \left(v_v - 16,67 \frac{m}{s} \right)$$

$$v_v + 16,67 \frac{m}{s} = 4v_v - 66,68 \frac{m}{s}$$

$$83,35 \frac{m}{s} = 3v_v$$

$$27,78 \frac{m}{s} = v_v$$

Ennek alapján ismét ki tudjuk számolni a vonat hosszát.

$$h = 12 \text{ s} \left(27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 533,4 \text{ m} \approx 533 \text{ m}$$

$$h = 48 \text{ s} \left(27,78 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 16,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 533,28 \text{ m} \approx 533 \text{ m}$$

(Eltérések szintén az előbbieken említett okból.)

Regi

A képek forrásai:

stock.adobe.com

www.dreamstime.com